令和４年　神奈川県公立高校入学試験「数学」の略解と解説

一昨日　冗　著

注意：　答えは，赤文字 or 赤数字で示す。問題の解き方はいっぱいあるので，私の解法に固執する必要はありません。答えに行き着けばいいのです。

問１．次の計算をしなさい。（正解を選ぶ問題）

解答）（ア）　$-6+(-9) = -15$　　　　（イ）　$-\dfrac{3}{8}+\dfrac{2}{3} = \dfrac{-9+16}{24} = \dfrac{7}{24}$

（ウ）　$\dfrac{3x-y}{4} - \dfrac{x-2y}{6} = \dfrac{9x-3y-2x+4y}{12} = \dfrac{7x+y}{12}$

（エ）　$\dfrac{18}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} = \dfrac{18\sqrt{2}}{2} - 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

（オ）　$(x-2)(x-5)-(x-3)^2 = x^2-7x+10-(x^2-6x+9) = -7x+6x+10-9 = -x+1$

問２．次の各問の答えを求めなさい。（正解を選ぶ問題）

（ア）　連立方程式　$\begin{cases} 0.2x+0.8y=1 \\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{8}y=-2 \end{cases}$　を解きなさい。

解答）第１式を 20 倍，第２式を８倍してひき算すると

$$\begin{array}{rl} & 4x+16y=20 \\ -\,) & 4x+7y=-16 \\ \hline & 9y=36 \end{array}$$

$$9y=36 \quad\to\quad y=4 \quad\to\quad 4x+28=-16 \quad\therefore\quad x=-11.$$

（イ）　２次方程式　$4x^2-x-2=0$　を解きなさい。

解答）解の公式より　$x = \dfrac{1\pm\sqrt{(-1)^2+32}}{8} = \dfrac{1\pm\sqrt{33}}{8}$

（ウ）関数　$y=-\dfrac{1}{4}x^2$　について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。このときの a, b の値を求めなさい。

解答）関数 y の値は，-1 から増加して０になり，そこから減少して -4 になるので，$a=-4,\ b=0$ である。

（エ）Ａ班の生徒と，Ａ班より５人少ないＢ班の生徒で，体育館にイスを並べた。Ａ班の生徒はそれぞれ３脚ずつ並べ，Ｂ班の生徒はそれぞれ４脚ずつ並べたところ，Ａ班の生徒が並べたイスの総数はＢ班の生徒が並べたイスの総数より３脚多かった。このとき，Ａ班の生徒の人数を求めなさい。

解答）　Ａ班の生徒数を x とすると，題意より

$$3x = 4(x-5)+3$$

が成り立つ。これより，$x=17$　を得る。

（オ）$x=\sqrt{6}+\sqrt{3},\ y=\sqrt{6}-\sqrt{3}$　のとき，x^2y+xy^2　の値を求めなさい。

解答）　与式 $= xy(x+y) = (\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})(2\sqrt{6}) = 6\sqrt{6}$

解説）問１は，全員ができなくちゃいけない計算問題だよね。レベル４だね。問２は，ちょっと計算があるので，レベル３だね。

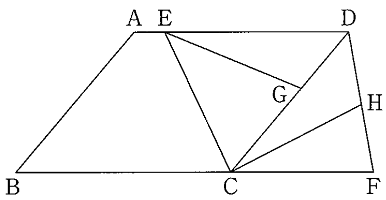
問３．次の問に答えなさい。

(ア) 右の図１のように，AB＜BC，∠ABC が鋭角の平行四辺形 ABCD があり，∠BCD の二等分線と辺 AD との交点を E とする。

また，辺 BC の延長上に点 F を，CF=DF となるようにとる。さらに，辺 CD 上に点 G を，CG>GD となるようにとり，線分 DF 上に点 H を，DG=DH となるようにとる。

このとき，次の (i),(ii) に答えなさい。

図１



(i) 三角形 DEG と三角形 DCH が合同であることを次のように証明した。 (a) ～ (c) に最も適するものを，それぞれの選択肢の中から１つずつ選びなさい。（証明の文中の □ を埋める問題）

解答） [証明]　△DEG と △DCH において，まず仮定より

DG=DH　. . .　①

次に，CF=DF より，△FDC は二等辺三角形であり，その２つの底角は等しいから

∠CDF= ∠DCF　· · ·　②

また，四角形 ABCD は平行四辺形であるから，AD//ＢＣ。よって

AD//BF　· · ·　③

③より，平行線の錯角はひとしいから，

∠ADC= ∠DCF　· · ·　④

②, ④ より，∠ADC= ∠CDF. よって，

∠EDG= ∠CDH　· · ·　⑤

さらに，線分 CE は ∠BCD の二等分線であるから，

∠BCE= ∠DCE　· · ·　⑥

また，③ より，平行線の錯角は等しいから，

∠BCE= ∠DEC　· · ·　⑦

⑥,⑦ より，∠DCE= ∠DEC．よって，△DEC は二等辺三角形であるから，

DE=DC　· · ·　⑧

①, ⑤, ⑧ より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△DEG≡ △DCH.　　［証明終り］

(ii) 四角形 CFDE が平行四辺形になるときの，∠ABC の大きさを求めなさい。（4 つの中から答えを選ぶ問題）

解答） 四角形 CFDE が平行四辺形 ⇔ EC//DF ⇔ ∠ECD= ∠FDC ⇔ △ECD は正三角形

∴ ∠EDC= 60°．よって，∠ABC= 60°.

解説）(i) 証明問題の穴埋めは，疲れるね。読むだけでいやになっちゃうよ。難しくはないけど根気と正確さが必要だねレベルは 2.5 かな。

(ii) (i) の結果をうまく利用して，推論できるかが問われる問題だね。ちょっと難しいので，レベル２でしょう。

証明問題は作る方も難しいね。自由に証明を書かせるのがいいのですが，こういう試験では出すのは無理ですね（採点が難しいということ）。

(イ) ある中学校の，1 年生 38 人，2 年生 40 人，3 年生 40 人が上体起こしを行った。下の表は，1 年生の上体起こしの記録を，度数分布表にまとめたものである。

表 1．上体起こし（1年生）

階級（回）			度数（人）
以上		未満	
6	～	10	1
10	～	14	3
14	～	18	4
18	～	22	8
22	～	26	8
26	～	30	7
30	～	34	5
34	～	38	2
計			38

説明

A・中央値を含む階級は，1年生と2年生で同じである。

B・30回以上の生徒の割合は，1年生より2年生の方が小さい。

C・1年生と3年生の最大値は等しい。

D・14回未満の生徒の割合は，1年生より3年生の方が小さい。

E・2年生と3年生の最頻値は等しい。

上の 1 年生，2 年生，3 年生の上体起こしの記録に関する説明から，
(i) 2 年生の上体起こしの記録と，
(ii) 3 年生の上体起こしの記録を，
それぞれヒストグラムに表したものとして最も適するものをあとの 1～6 の中から 1 つずつ選び，その番号を答えなさい。

なお，ヒストグラムの階級は，6 回以上 10 回未満，10 回以上 14 回未満などのように，階級の幅を 4 回として分けている。

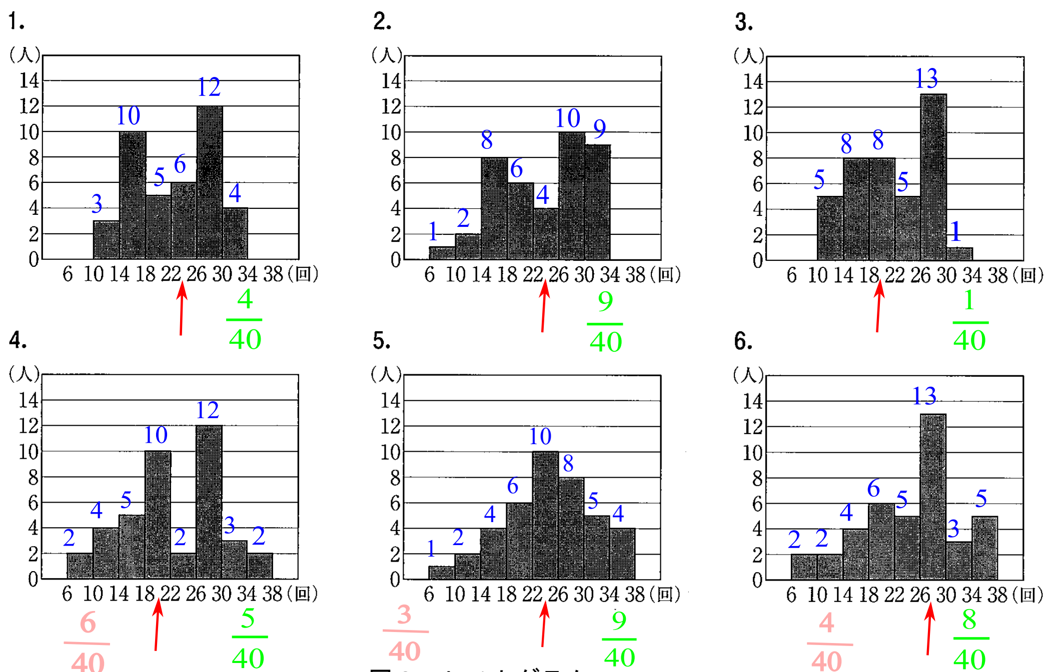


図 2．ヒストグラム

解答） 1 年生の中央値は 19 番目と 20 番目のデータの平均値なので，階級「22～26」にある。また，2 年生と 3 年生の中央値は，20 番目と 21 番目のデータの平均値なので，20 番目と 21 番目のデータを含む階級にある。図 2 には，中央値のある階級を赤の矢印で示した。この赤の矢印の位

置をすばやく示すことで，答えが早く見つかるか否かが決まる。
　説明の最初の文 A より，中央値のある位置を見ることで，図 2 の

　　　　3, 4, 6　は 2 年生のものではない，

ということが分かる。1 年生の 30 回以上の生徒の割合は，$\dfrac{7}{38} = 0.184.$　図 2 には，各ヒストグラムの 30 回以上の割合を緑色の分数で示した。1, 2, 5 の中で，説明 B に適合するのは 1 のみだから，2 年生のヒストグラムは 1 である。
　説明 C より，3 年生の最大値は階級「34〜38」にあるので，図 2 の

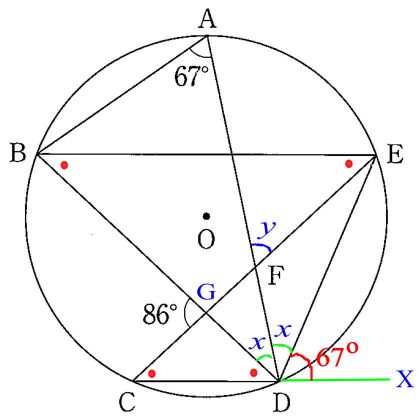
　　　　1, 2, 3 は 3 年生のものではない，

ということが分かる。1 年生の 14 回未満の生徒の割合は，$\dfrac{4}{38} = 0.105.$ 3 年生の同じ割合は，これより小さいので，説明 D に適合するのは，5 と 6 である（14 回未満の割合は，図 2 の中に紫の分数で示した）。説明 E より，2 年生の最頻値と 3 年生の最頻値は同じ（28 である）なので，3 年生のヒストグラムは 6 である。

解説）図 2 に記入した中央値のある位置（赤の矢印）をすばやく見つけるのは，簡単じゃないよね。各階級の度数を書き入れ，たし算して 20 番目と 21 番目がどの階級にあるかを調べなければなりません。もたもたしていると時間がかかって，あせるよね。という訳で，普通の問題よりちょっと難しいので，レベル 2 ですね。

(ウ) 右の図 2 において，5 点 A，B，C，D，E は円 O の周上の点で，BE//CD であり，線分 AD は ∠BDE の二等分線である。
　また，点 F は線分 AD と線分 CE との交点である。このとき，∠AFE を求めよ。

図 2



解答）図の黒以外のカラーで表した，点，線，数字，文字などは，解答するために書き入れたものである。線分 BD と CE の交点を G，線分 CX は直線 CD の延長である。∠BDE を二等分した角は x とおいた。求めたい角度は y である。BE//CD に注意して，また円周角は等しいことより，

　∠BAD= ∠BED= ∠EDX= 67°.

　さらに，赤丸 ● で示した 4 つの角度はすべて等しい。△GCD をながめると，2● = 86°　より，

　● = 43°.　よって，

　　∠CDX= $43 + 2x + 67 = 180 \quad \rightarrow \quad 2x = 70 \quad \therefore \quad x = 35.$　（単位は度，以下も単位は略）

∠FED= $67 - 43 = 24$　だから，求める答えは $y = x +$ ∠FED= $35 + 24 = 59°$.

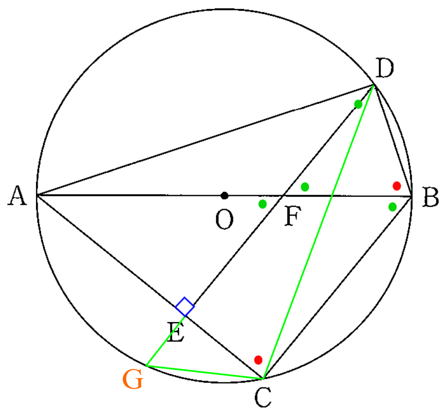
解説）私が図に書き入れた黒以外のカラーの角度などが分れば，まあ，何とか答えに行き着くでしょう。BC=ED に気が付くことも大切。普通程度の問題なのでレベル 2.5 ですね。

(エ) 右の図３において，線分 AB は円 O の直径であり，２点 C,D は円 O の周上の点である。

また，点 E は線分 AC 上の点で，BC//DE であり，点 F は線分 AB と線分 DE との交点である。

AE=2cm，CE=1cm，DE=3cm のとき，三角形 BDF の面積を求めよ。

図３



解答）与えられた図に，補助線を入れる（黄緑の線）。直線 DE と円 O の交点を G とおく。円周角の定理や平行線 BC と DE があることを考えると，図に書き入れた緑の丸印と赤の丸印のついている角はそれぞれ等しいことに注意せよ。即ち，

赤丸の角度； $\angle$DBA= $\angle$DCA,

緑丸の角度； $\angle$ADC= $\angle$ABC= $\angle$AFE= $\angle$DFB.

また，$\angle$AED は直角であること，四角形 DBCG は等脚台形であることにも注意せよ。

方べきの定理の公式　EA·EC=EG·ED　より，2×1 =EG×3　だから

$$\mathrm{EG}=\frac{2}{3}\quad\cdots\quad ①$$

DB=GC に注意して，△EGC に三平方の定理を使うと，①より

$$\mathrm{EG}^2+1^2=\mathrm{GC}^2\quad\rightarrow\quad \mathrm{GC}^2=\frac{4}{9}+1=\frac{13}{9}\quad\therefore\quad \mathrm{GC}=\frac{\sqrt{13}}{3}=\mathrm{DB}\quad\cdots\quad ②$$

ここで，△ACD ∽ △DBF　が分かる（2 角が等しい）ので，相似比は，② より

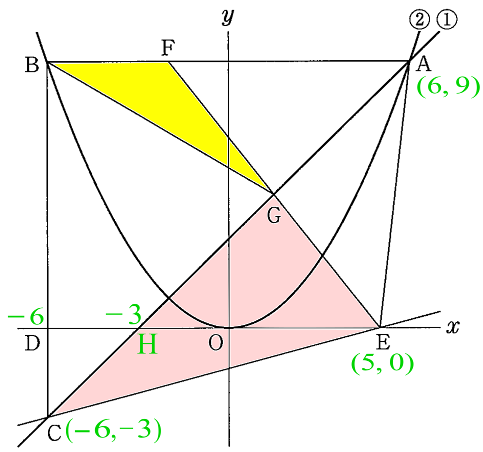
$$\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\frac{\sqrt{13}}{3}}{3}=\frac{\sqrt{13}}{9}.$$

△ACD の面積は $\frac{9}{2}$ なので，△BDF の面積は $\frac{9}{2}\left(\frac{\sqrt{13}}{9}\right)^2=\frac{13}{18}$.

解説）読者の皆さん，解答を見ないで解いてみましたか。私が図中に書き入れた，補助線，等しい角などすぐ分かりましたか？　これはなかなか難しい問題ですね。円と三角形，円と直線との関係，三平方の定理など，いろいろな結果を使わないと，△ACD ∽ △DBF　から答えを導き出せないですね。いい問題だけど，入試に使うには難しすぎて良くないね。レベル１でしょう。

問４．右の図において，直線① は関数 $y=x+3$ のグラフであり，曲線② は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A は直線① と曲線② との交点で，その x 座標は 6 である。点 B は曲線② 上の点で，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は直線① 上の点で，線分 BC は y 軸に平行である。

また，点 D は線分 BC と x 軸との交点である。さらに，原点を O とするとき，点 E は x 軸上の点で，DO : OE = 6 : 5 であり，その x 座標は正である。このとき，次の問に答えなさい。



(ア) 曲線② の式 $y=ax^2$ の a の値として正しいものを選べ（6 つのものから 1 つ選ぶ問題)。

解答）図に書き入れた緑色の文字，数，座標などに注意せよ。曲線② 上に点 $(6,\,9)$ があるので，

$9=a\times 36$ より， $a=\dfrac{1}{4}$.

(イ) 直線 CE の式を $y=mx+n$ とするときの (i) m の値と，(ii) n の値として正しいものを，それぞれ次の 6 つのものから 1 つ選びなさい。

解答）直線 CE の傾きは $\dfrac{3}{11}$ （これは図をながめていればわかる）で，点 $(5,\,0)$ を通るので，

直線の方程式は $y-0=\dfrac{3}{11}(x-5)$. これより，$n=-\dfrac{15}{11}$ を得る。

(ウ) 線分 AB 上に点 F を，三角形 AFE の面積が直線① によって 2 等分されるようにとり，直線① と線分 EF との交点を G とする。このときの，三角形 BGF の面積と三角形 CEG の面積の比 $\triangle$BGF : $\triangle$CEG を最も簡単な整数の比で表せ。

解答）$\triangle$AFE の面積を，直線① が 2 等分する。この三角形の底辺を FA と考えたとき高さは 9 である。線分 AG がこの三角形の面積を 2 等分するので，点 G の y 座標は $\dfrac{9}{2}$ であり，

$\dfrac{9}{2}=x+3$ より点 G の x 座標は，$x=\dfrac{3}{2}$ となる。

直線 EG の方程式は $y=\dfrac{0-\frac{9}{2}}{5-\frac{3}{2}}(x-5)=-\dfrac{9}{7}(x-5)$ だから，点 F の座標は $(-2,\ 9)$ となる。

また，直線① と x 軸の交点を H とすると，H の x 座標は -3 である。

問題の 2 つの三角形には色を付けてある，下側の三角形の面積は底辺を HE にして，2 つに分けて計算する。これらの面積は，

$$\triangle\text{BGF}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\frac{9}{2}=9, \quad \cdots \quad ③$$

$$\triangle\text{CEG}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3=18+12=30. \quad \cdots \quad ④$$

③, ④ より $\triangle$BGF : $\triangle$CEG $=9:30=3:10$.

解説）すぐ分かる点の座標や直線の方程式などは，図の中に正確に書くことが大切です。私が書き入れたカラーの座標などはすぐ書けましたか。(ア) と (イ) はやさしいですね。(ア) はレベル４，(イ) はレベル３ですね。(ウ) は点 G の座標が簡単に求められるか否かが解に近づけるかどうかの分岐点ですね。まあ，少なからず計算が必要なのでレベル 1.5 ですかね。

問５．下の図１のように，線分 PQ があり，その長さは 10cm である。大，小２つのさいころを同時に１回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

図１

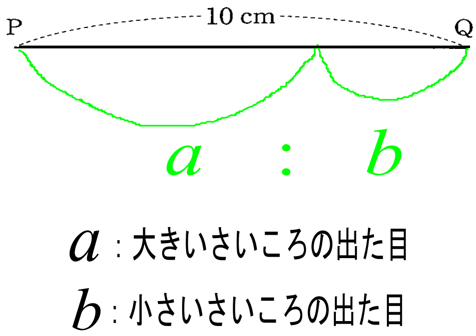
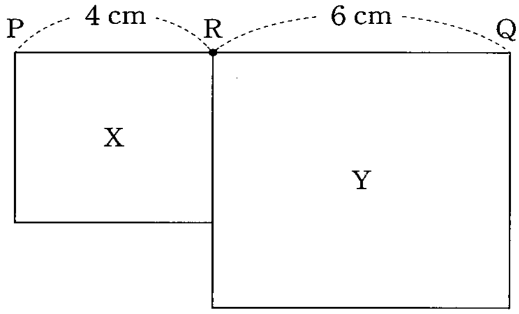


図２



出た目の数によって，線分 PQ 上に点 R を，PR : RQ= a : b となるようにとり，線分 PR を１辺とする正方形を X，線分 RQ を１辺とする正方形を Y とし，この２つの正方形の面積を比較する。

－－－－－－－－（例）－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

大きいさいころの出た目の数が 2，小さいさいころの出た目の数が 3 のとき，

$a = 2$，$b = 3$ だから，線分 PQ 上に点 R を，PR : RQ= 2 : 3 となるようにとる。

この結果，図２のように，PR=4cm，RQ=6cm で，X の面積は 16cm^2，

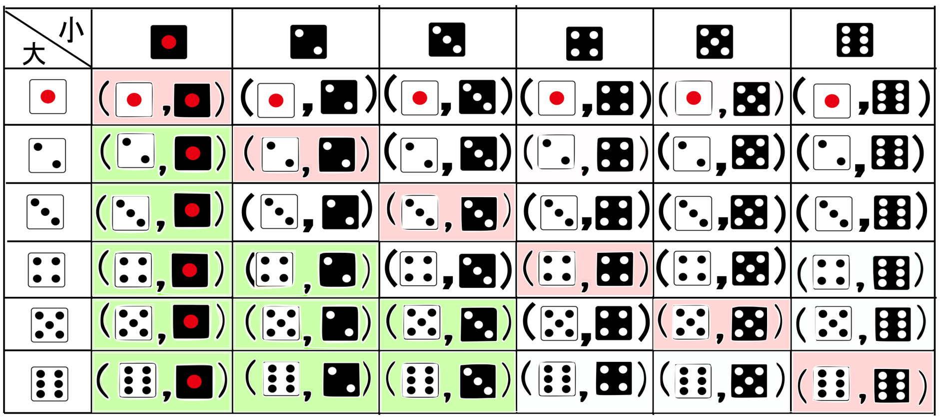
Y の面積は 36cm^2 であるから，X の面積は Y の面積より 20cm^2 だけ小さい。

－－－

いま，図１の状態で，大，小２つのさいころを同時に１回投げるとき，つぎの問に答えなさい。ただし，大，小２つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目がでることも同様に確からしいものとする。

(ア) X の面積と Y の面積が等しくなる確率を求めよ。

解答）大，小２つのさいころを同時に１回投げるとき，起こり得る場合の数は，下の図３で分かるように 36 通りである。



問5，図3 大小2つのさいころ

X と Y の面積が等しくなる場合は，上の図の対角線に位置する場合（ピンク色に塗った部分）で，

6 通りあるので確率は $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$ である。

(イ) X の面積が Y の面積より 25cm^2 以上大きくなる確率を求めよ。

解答）PR と RQ の長さを a, b を用いて表すと，それぞれ

$$\frac{10a}{a+b},\quad \frac{10b}{a+b} \qquad \cdots \quad ①$$

である。そして，題意を数式で表すと，

$$\left(\frac{10a}{a+b}\right)^2 - \left(\frac{10b}{a+b}\right)^2 \geqq 25 \quad \rightarrow \quad \frac{100(a-b)}{a+b} \geqq 25 \quad \rightarrow \quad 75a \geqq 125b$$

この式から

$$3a \geqq 5b \qquad \cdots \quad ②$$

を得る。この式② を満たす事象たちは，図 3 で緑色にぬったものである。全部で 10 個あるので確率は $\dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$ である。

解説）(ア) は易しいですね。レベル 3 でしょう。(イ) は，ある 1 つの事象を選んで計算してみても，全体はよく分からないよね。だから，題意を満たす事象の集合と同等の数式を見つける必要があります。式① が分かれば，あとは何とかなるよね。レベル 1.5 くらいかな。

問６．下の図 1 は，AB= 5cm，BC= 1cm，AD= 4cm，∠ADC= ∠BCD = 90° の台形 ABCD を底面とし，AE=BF=CG=DH= 1cm を高さとする四角柱である。このとき，次の問に答えなさい。

(ア) この四角柱の体積を求めよ（6 つのものから答えを 1 つ選ぶ問題）。

解答）図 1 に補助線 BP をひく（黄緑色）。P は線分 AD 上の点で DC//PB である。また，三平方の定理より　AP= 3(cm)，DC= 4(cm)　が分かる。底面の台形の面積は

$$\triangle\text{ABP}+\square\text{BCDP}= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + 1 \times 4 = 10$$

だから，体積は　$10 \times 1 = 10$ (cm^3) である。（以下，長さ，面積の単位は省略する）

図 1

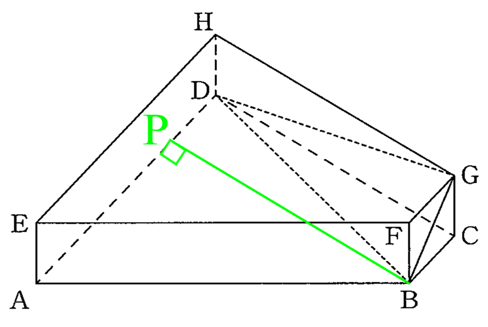
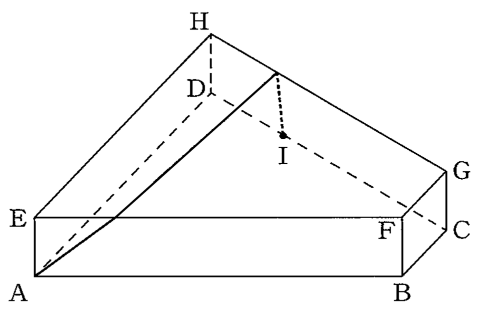


図 2

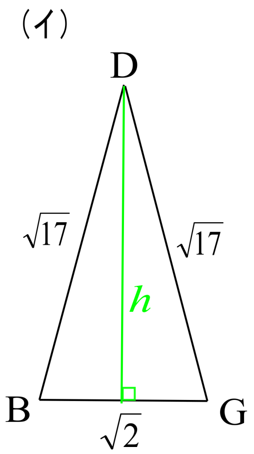


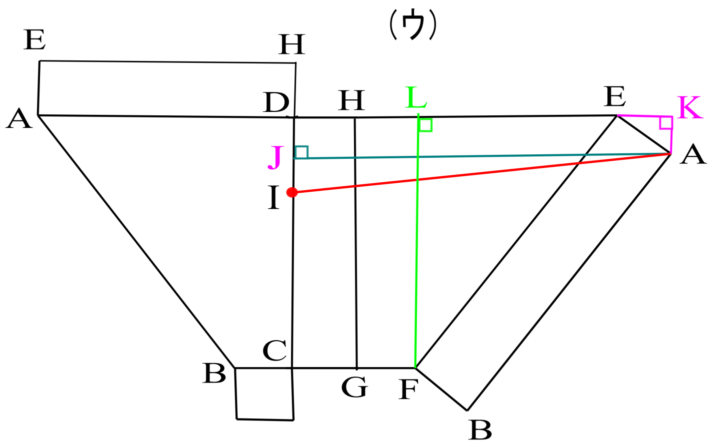
(イ) この四角柱において，3 点 B, D, G を結んでできる三角形の面積を求めよ（6 つから選ぶ）。

解答） DG の長さと BD の長さは等しい。三平方の定理で計算すると $\sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{17}$　である。BG= $\sqrt{2}$ を底辺としたとき，二等辺三角形になる（下図 (イ) 参照）。高さ h は，

$$h^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 17 \quad \rightarrow \quad h^2 = \frac{33}{2} \quad \therefore \quad h = \sqrt{\frac{33}{2}}.$$

よって，面積は　$\dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\dfrac{33}{2}} = \dfrac{\sqrt{33}}{2}.$





(ウ) 点 I が辺 CD 上の点で，CI : ID=7 : 3 であるとき，この四角柱の表面上に，図 2 のように点 A から辺 EF，辺 GH と交わるように，点 I まで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めよ。

解答）この四角柱の展開図を書きましょう。上の右図の黒い線で描いたものが 1 つの展開図です。紫色，青色，黄緑色の線と点 J, K, L などは，答えを出すために書き入れたものです。（このような図が書ければ，できたも同然ですが，あなたはどんな展開図書きますか？）

さて，△ELF と △AKE は相似です（∠LFE= ∠KEA より，2 角が等しい）。△ELF は，3 辺の比が 3 : 4 : 5 の直角三角形なので，△KAE の 3 辺の長さは $\mathrm{KA}=\dfrac{3}{5}$, $\mathrm{KE}=\dfrac{4}{5}$, $\mathrm{AE}=1$ である。点 A と点 I を結ぶ線で，最も短いものは図の点 A と点 I を結ぶ直線である（赤の線）。

$$\mathrm{DI}=\frac{6}{5},\quad \mathrm{IC}=\frac{14}{5},\quad \mathrm{JI}=\frac{3}{5},\quad \mathrm{JA}=5+\frac{4}{5}=\frac{29}{5}$$

だから，△AJI に対して三平方の定理を用いると，

$$\mathrm{AI}=\sqrt{\left(\frac{29}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{850}}{5}=\sqrt{34}.$$

解説）（ア）は単純な計算なのでレベル 3 ですね。（イ）は，二等辺三角形であることがすぐ分かりましたか。図だけ見ていると ∠BGD が直角のように見えるので，悩みますね。まあ，レベル 2 でしょうかね。（ウ）は，難しいね。展開図が上手く描けないと，答えに行き着かないよね。それにしても，三平方の定理はよく使うね，一番役に立つ定理かもね。レベル 1 ですね。まあまあいい問題です。

【総括】 いつも思うのだけれど，この問題を 50 分で解かせるのは，無茶（かわいそう）だね。物事をゆっくり考える生徒は，全問解答できないよね。即ち，できる問題も手がつかないことがあるということです。今年のような 6 問もある問題なら，時間は 70 分位が適当だと思うよ。そんなに時間が取れないのならば，全体で 5 問にして，時間は 1 時間にするのがいいかな。

問題作成に携わった方々（出題者を除く）は，50 分で解いてみましたか？　私は数学の専門家（数学者）ですが，全部を解くには 1 時間くらい必要でしたよ（100 点はとれなかったよ）。という訳で，問の数と時間の問題は重要なのです。再考して下さい。

私は，問題の難易度に対してレベルを付けました。それに対する配点の分布は次のようになります。

表１．難易度別の配点

レベル	問 1 計算	問 2 方程式・関数	問 3 図形, 証明, 統計	問 4 2 次関数, 面積	問 5 確率	問 6 空間図形, 距離
4	15			4		
3		20		5	5	4
2.5			10			
2			9			5
1.5				6	5	
1			6			6
合計	15	20	25	15	10	15

レベル 4 とレベル 3 ができれば，　53 点
レベル 2.5 までできれば，　63 点
レベル 2 までできれば，　77 点
レベル 1.5 までできれば，　88 点

となる計算です。これは，あくまで私個人の基準ですが，勉強するときの目安にはなるでしょう。中学校の教科書の内容をほとんど理解していれば，レベル 2 までの問題は正解できるはずです。レベル 2 までの得点合計は 77 点なので，まあ合格の範囲でしょう。学校の勉強だけでも（塾なんかに行かなくてもという意味），十分だということです。満点に近い点をとりたい方は，問題集で難かしめの問題をたくさんやったり，模擬試験などを受けたりして，力を付けて下さい。数学は，学問の性質上，1 人でも十分な勉強ができます。私のホームページにある 3 冊のテキストを使って下さい。塾や予備校に頼らなくても大丈夫ですよ。

（2022 年，4 月 8 日　完，おとといのジョー）